

DOI: 10.25629/SMW.2026.01.05

УДК: 372.851; 51-74

Пицык В.В., Академия государственной противопожарной службы МЧС России
Дмитриев С.А., АО «РТ-Пожарная безопасность» Государственной Корпорации «Ростех»
Pitsyk V.V., Academy of the State Fire Service EMERCOM of Russia
Dmitriev S.A., RT-Fire Safety JSC of Rostec State Corporation

Композиция распределений случайных величин в модели идентификации характеристик робототехнических комплексов МЧС России

Аннотация

Предложены математические модели композиции нормального распределения случайных величин с законами Рэля и Максвелла, Аналитическое описание моделей позволяет использовать их для идентификации характеристик точности системы управления робототехническими комплексами МЧС России по результатам их эксплуатации. На конкретных примерах проиллюстрирована практическая целесообразность их применения для оценки соответствия действительных характеристик робототехнических комплексов заданным нормированным значениям, чтобы судить о возможности дальнейшей их эксплуатации или о необходимости проведения мероприятий для обеспечения соответствия их реальных характеристик заданным требованиям, или же о прекращении дальнейшего их использования по назначению.

Ключевые слова

робототехнический комплекс, система управления, характеристики точности системы управления. идентификация характеристик систем управления, модель идентификации, композиция законов распределения

Composition of random distributions in the model of identification of characteristics of robotic complexes of Emercom of Russia

Abstract

Mathematical models of the composition of the normal distribution of random variables with the laws of Rayleigh and Maxwell are proposed. The analytical description of the models allows using them to identify the accuracy characteristics of the control system of robotic complexes of the EMERCOM of Russia based on the results of their operation. Specific examples illustrate the practical feasibility of their use to assess the compliance of the actual characteristics of robotic systems with given standardized values, in order to judge the possibility of their further operation or the need for measures to ensure compliance of their real characteristics with given requirements, or to stop their further use for their intended purpose. Analytical models have been developed for the composition of the normal distribution of random variables with the laws of Rayleigh and Maxwell, using which it is possible to mathematically solve the problems of identifying the characteristics of robotic systems used in the EMERCOM of Russia when performing special work in conditions of increased risk to the lives of rescuers. Specific examples illustrate the practical feasibility of using the developed models to assess the compliance of the actual characteristics of robotic systems with given standardized values in order to judge the possibility of their further use or the need for measures to ensure compliance of their real characteristics with given requirements, or to stop their further use for their intended purpose.

Keywords

robotic complex, control system, characteristics of accuracy of a control system, identification of characteristics of control systems, identification model, composition of laws of distribution

Введение

В последнее десятилетие становится все более очевидной тенденция к использованию беспилотной робототехники с ручным, автоматическим и полуавтоматическим управлением в мероприятиях, проводимых специальными подразделениями МЧС России в условиях повышенного риска для жизни спасателей [1–5].

Как и во всех видах техники, старение и износ элементов робототехнических комплексов (далее – РТК) ухудшают эффективность их управления при длительной эксплуатации. Поэтому в настоящее время и в перспективе по-прежнему не теряет своей актуальности задача оценки соответствия действительных характеристик РТК заданным к ним нормированным требованиям – задача их идентификации [6].

Областью исследования в работе является идентификация характеристик точности системы управления робототехническими комплексами МЧС России по результатам их эксплуатации.

Цель исследования состоит в поиске ответа на вопросы, как описать модель управления находящегося в эксплуатации РТК, чтобы ее оператор F в известном смысле был близок к оператору F_0 его системы управления? И при каких ограничениях на структуру и параметры модели достижима заданная цель управления?

Метод исследования базируется на концепции, использующей в своей основе представление о том, что идентификация системы управления РТК, как объекта управления, носит вспомогательный характер по отношению к самому процессу управления. Поэтому для построения модели, которой важно априори иметь сведения о цели управления РТК, о структуре его системы управления и располагать статистической информацией о ее функционировании.

Постановка задачи. Исходные условия и ограничения (Ω).

Ω_1 : Объектом идентификации является система управления движением робототехнического комплекса. Цель ее функционирования состоит в том, чтобы в процессе движения и по его завершению положение РТК, как случайной точки евклидова пространства E , находилось с заданной вероятностью P_0 в заданной области $\xi \subset E$. Для круговой области радиуса R формально цель выражена соотношением [7]

$$P_0(r < R, \sigma) = \int_0^R \varphi_P(r, \sigma) dr = P_0, \quad (1)$$

где функцией

$$\varphi_P(r, \sigma) = \begin{cases} 0, & \text{если } r = 0, \\ \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, & \text{если } 0 < r < \infty. \end{cases} \quad (2)$$

представлена плотность распределения расстояния случайной точки $A(X, Y) \in E_2$ до центра ее рассеивания O (рис.), а параметр σ закона распределения Рэлея рассматривается в качестве заданной нормированной характеристики точности системы управления РТК.

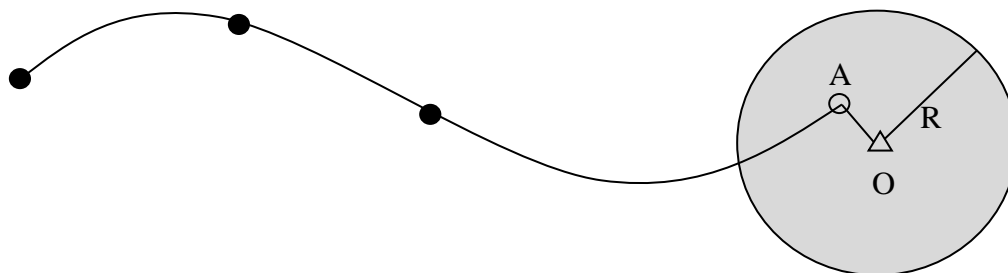


Рисунок – Траектория движения робототехнического комплекса

Сформулируем задачу идентификации характеристик системы управления для круговой области в E_2 , с последующим обобщением ее на область E_3 .

Ω_2 : Для достижения цели управления (1) требования к точности системы управления можно выразить соотношениями [8]:

$$\sigma = \frac{R}{\sqrt{-2 \ln(1-P)}}, \tag{3}$$

$$P_0 = P(r < R, \sigma) = 1 - e^{-\frac{R^2}{2\sigma^2}}. \tag{4}$$

Ω_3 : Формальное описание системы управления РТК можно представить теоретико-множественной моделью π_{F_0} ее оператора F_0 [9]:

$$F_0: \pi_{F_0} = \pi_{ЦУ} \times \pi_{СУ} \times \pi_{\sigma} \times \pi_C, \tag{5}$$

где оператором $\pi_{ЦУ}$ задана цель идентификации; оператором π_{σ} отображается состав исследуемых характеристик системы управления; оператором $\pi_{СУ}$ отображена система управления РТК, как объект идентификации π_C – среда, в которой взаимодействуют объекты модели, и которая оказывает мешающее влияние на процесс идентификации.

Теоретико-множественная модель (6) дает представление о структурной составляющей общей модели идентификации.

Ω_4 : По аналогии, оператором F описывается параметрическая модель идентификации [6].

Установим формальную связь между ее входами $\pi_{вх}^{(F)}$ и выходами $\pi_{вых}^{(F)}$, с вероятностной мерой ее проявления $P^{(F)}$, отношением

$$\Phi^{(F)}: \left| \pi_{вх}^{(F)}, \pi_{вых}^{(F)}, P^{(F)} \right| \tag{6}$$

Ее входом $\pi_{\text{вх}}^{(F)}$ являются навигационные сигналы спутниковой радионавигационной системы (СРНС), по которым осуществляется управление робототехническим комплексом. А выходом $\pi_{\text{вых}}^{(F)}$ представляются результаты $(\tilde{X}, \tilde{Y}) \in E_2$ косвенного измерения координат движения РТК $(X, Y) \in E_2$ [10].

Ω_6 : Предполагается, что результаты измерения \tilde{r} случайного расстояния r :

$$\tilde{r} = \sqrt{\tilde{X}^2 + \tilde{Y}^2} = r + \delta_r \tag{7}$$

содержат аддитивную погрешность δ_r , распределенную по нормальному закону, описываемому функцией плотности вероятности с параметром σ_r :

$$f_{\delta}(\delta_r, \sigma_r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta_r^2}{2\sigma_r^2}} \tag{8}$$

Ω_7 : Для установления эквивалентности операторов модели идентификации ($F \sim F_0$) по результатам эксплуатации РТК воспользуемся критерием, количественно описывающим успешность достижения цели управления,

$$L = \arg \min_P \Delta_P (P_0(\sigma) - P(\sigma_r)), \tag{9}$$

где Δ_P – выбранная мера отличия заданной вероятности $P_0(r < R; \sigma)$ достижения цели управления от вероятности $P(r < R; \sigma_r)$ ее достижения при управлении движением РТК по измерениям, описываемым моделью (7).

Сформулируем задачу идентификации характеристик управления робототехническим комплексом: для исходных данных (ограничений) $\Omega_1 - \Omega_7$ требуется определить вид критериальной функции (9), соответствующий условию $F \sim F_0$, и разработать правило принятия решения по результатам идентификации о соответствии характеристик системы управления РТК заданным нормируемым характеристикам.

Решение задачи. 1. Рассмотрим вначале случай движения РТК в области $\xi \subset E_2$.

1.1. Найдем выражение для функции $W_P \tilde{r}; \sigma, \sigma_r$ – плотности распределения случайной величины \tilde{r} – результата измерения случайного расстояния r , как композиции законов распределения случайных величин r и δ_r [11,12]:

$$W_P \tilde{r}; \sigma, \sigma_r = \varphi_{Pr, \sigma} * f_{\delta} \delta_r, \sigma_r = \frac{1}{\sigma_r \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} r e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} e^{-\frac{\tilde{r}-r^2}{2\sigma_r^2}} dr = \frac{1}{\sigma_r \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} r e^{-\frac{r^2 \sigma_r^2 + \sigma^2}{2\sigma_r^2 \sigma^2} - \frac{\tilde{r}^2}{2\sigma_r^2} + \frac{2\tilde{r}r}{2\sigma_r^2}} dr \tag{10}$$

Подставляя в (10) обозначения

$$\mu = \frac{\sigma_r^2 + \sigma^2}{2\sigma_r^2 \sigma^2} \text{ и } \nu = -\frac{\tilde{r}}{2\sigma_r^2}, \tag{11}$$

Приходим к результату:

$$W_P \tilde{r}; \sigma, \sigma_r = \frac{e^{\nu \tilde{r}}}{\sigma_r \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} r e^{-\mu r^2 - 2\nu r} dr = \frac{e^{\nu \tilde{r}}}{\sigma_r \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{2\mu} - \frac{\nu}{2\mu} \sqrt{\frac{\pi}{\mu}} e^{\frac{\nu^2}{\mu}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \right) \right) \tag{12}$$

1.2. Найдем выражение для вероятности попадания точки $(\tilde{X}, \tilde{Y}) \in E_2$ – результатов измерения координат движения РТК, как случайной точки, в заданную область $\xi \subset E$ радиуса R :

$$P(\tilde{r} < R) = \int_0^R W_p \tilde{r}; \sigma, \sigma_r d\tilde{r} = \frac{e^{v\tilde{r}}}{\sigma_r \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty r e^{-\mu r^2 - 2vr} dr. \quad (13)$$

1.3. Вычисляя интеграл (12), например, для фиксированных значений величин $R = 5 м$, $\sigma_r = 1 м$, $\sigma = 2,33 м$, приходим к соотношению

$$P(\tilde{r} < R) = \frac{1}{16\sqrt{2}} \int_0^R e^{-\frac{\tilde{r}^2}{16}} \left(\tilde{r} \operatorname{erf}\left(\frac{\tilde{r}}{4}\right) + \tilde{r} + 4e^{-\frac{\tilde{r}^2}{16}} \right) d\tilde{r} = 0,7078. \quad (14)$$

Из соотношения (13) следует вывод, что для нахождения РТК в заданной области с вероятности $P = 0,7078$ можно определить требование к точности системы управления робототехническим комплексом расчетным значением нормированного среднего квадратического отклонения $\tilde{\sigma}$ закона распределения Рэлея, равным

$$\hat{\sigma} = \frac{R}{\sqrt{-2\ln(1-P_0)}} = \frac{5}{\sqrt{-2\ln(1-0,7048)}} = 2,049 м. \quad (15)$$

Этот результат дает основание судить об эквивалентности, в смысле критерия (8), заданной $\sigma = 2,33 м$, и рассчитанной экспериментально характеристики точности $\hat{\sigma} = 2,049 м$ системы управления РТК.

2. Рассмотрим случай движения РТК (беспилотного летательного аппарата) в области $\xi \subset E_3$.

2.1. Для этого случая координаты точки $(X, Y, Z) \in E_3$ распределены по круговому нормальному закону с параметрами $m = 0$ и σ , а случайное расстояние $r = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$ до центра рассеивания распределено по закону Максвелла [7]:

$$f_M(r, \sigma) = \begin{cases} 0, & \text{если } r = 0, \\ \frac{2r^2}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}, & \text{если } r > 0. \end{cases} \quad (16)$$

2.2. Найдем выражение для функции $W_M \tilde{r}; \sigma, \sigma_r$ – плотности распределения случайной величины \tilde{r} – результата измерения случайного расстояния r , как композиции законов распределения случайных величин r и δ_r :

$$W_M \tilde{r}; \sigma, \sigma_r = \frac{1}{\sigma_r \sigma^3 \pi} \int_0^\infty r^2 e^{-\frac{r^2 \sigma_r^2 + \sigma^2}{2\sigma_r^2 \sigma^2} \frac{\tilde{r}^2}{2\sigma_r^2}} dr. \quad (17)$$

2.3. Подставляя выражение (17) в формулу (1), получим выражение для вероятности попадания точки $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}) \in E_3$ в заданную сферическую область радиуса R :

$$W_M \tilde{r}; \sigma, \sigma_r = \frac{e^{v\tilde{r}}}{\sigma_r \sigma^2 \sqrt{2\pi}} \left(\frac{1}{2\mu} - \frac{v}{2\mu} \sqrt{\frac{\pi}{\mu}} e^{\frac{v^2}{\mu}} \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \right) \right). \quad (18)$$

2.4 Рассчитаем по формуле (18) вероятность попадания точки $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}) \in E_3$ в заданную сферическую область радиуса $R = 5 м$, например, в условиях примера, приведенного в п. 1.3 для фиксированных значений величин, $\sigma_r = 1 м$, $\sigma = 2,33 м$. В результате получим оценка вероятности $P(\tilde{r} < R = 5) = 0,6844$, которая отличается от полученной в п. 1.3 вероятности, равной 0,7078.

Расчеты показывают, что для достижения требуемой вероятности $P_0 = 0,9$ необходимо, чтобы система управления РТК имела показатель точности $\sigma = 0,9m$.

Выводы

1. Разработаны аналитические модели для композиции нормального распределения случайных величин с законами Рэлея и Максвелла, с использованием которых возможно математическое решение задач идентификации характеристик робототехнических комплексов, применяемых в МЧС России при выполнении специальных работ в условиях повышенного риска для жизни спасателей.

2. На конкретных примерах проиллюстрирована практическая целесообразность применения разработанных моделей для оценки соответствия действительных характеристик робототехнических комплексов заданным нормированным значениям, чтобы судить о возможности дальнейшего их применения или о необходимости проведения мероприятий для обеспечения соответствия их реальных характеристик заданным требованиям, или же о прекращении дальнейшего их использования по назначению.

Литература

1. Основные направления применения беспилотных авиационных систем в системе МЧС России // Научно-техническое управление МЧС России. – М. – 2017.

2. Мошков В.Б., Баранник А.Ю., Лагутина А.В. Перспективы развития робототехники в области обеспечения безопасности жизнедеятельности // В сборнике: II Научно-практическая конференция по развитию робототехники в области обеспечения безопасности жизнедеятельности «RoboEmercom». Сборник материалов конференции. Москва, 2022. С. 148-152.

3. Об использовании беспилотных летательных аппаратов [электронный ресурс]. – Режим доступа: 47.mchs.gov.ru/pressroom/.

4. Воропаев, Н. П. Применение беспилотных летательных аппаратов в интересах МЧС России / Н. П. Воропаев // Вестник Санкт-Петербургского университета Государственной противопожарной службы МЧС России. – 2014. – № 4. – С. 13-17.

5. Рубан А.И. Адаптивные системы управления с идентификацией [Текст: монография/А.И. Рубан: Сибирский государственный университет. – Москва, Красноярск: ИНФРА–М: СФУ, 2018. – 138 с. ISBN 978-5-16-013430-7 (ИНФРА–М).

6. Растринин Л.А., Маджаров Н.Е. Введение в идентификацию объектов управления. – М.: Энергия. 1977. 216 с.

7. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 2023. – 480 с.

8. Космические траекторные изменения. Радиотехнические методы измерений математическая обработка данных / Под ред. Агаджанова П.А., Дулевича В.Е., Коростелева А.А. – М.: Сов радио, 1969. – 504 с.

9. Александров П.С. Введение в общую теорию множеств и функций: учебное пособие для вузов / П. С. Александров. - Изд. 2-е, [репр.]. – Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2017. – 411 с.

10. Харисов В.Н., Перов А.И. и др. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС [Текст] / А. И. Перов, В. Н. Харисов и др. – М.: ИПРЖР, 1998. – 400 с.

11. Пицык В.В., Дмитриев С.А. Обоснование точности измерений в системах координатного управления беспилотными летательными аппаратами // Пожары и чрезвычайные ситуации: предотвращение, ликвидация. 2020, №. 3. С. 62-66.

12. Пицык В.В., Россинская К.Г., Иванова Т.В. Модель влияния ошибок эфемерид на точность навигационного измерения координат робототехнических комплексов / Пожары и чрезвычайные ситуации: предотвращение, ликвидация. 2023. №1. С. 99-107.

Поступила в редакцию: 17.02.26

Принята к публикации: 20.03.26